基礎セミナー資料「物理学の不思議」資料 (5)

量子の世界

—物理的世界の不思議—

名古屋大学大学院理学研究科物理学教室
上羽牧夫[1]

要旨

相対性理論のいう時間や空間の概念は日常の常識から見ればかなり奇妙なことだが，よく考えれば納得できるはずだ．しかし 20 世紀物理学の根幹となった量子力学の世界の不思議は人間の理解を超えている．毎日それを使い，慣れ親しんでいるプロですら，心から受け入れている人はいないだろう．それにもかかわらずその正しさは，現在知られている限り，疑う余地がない．

1　量子力学の不思議

1900 年，イギリス物理学会の大御所であったトムソン[2]は「Nineteenth-Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light」と題した講演で 19 世紀末のほぼ完成したかに見える古典物理学の世界の二つ暗雲を指摘した．それはマイケルソン-モーレーの実験と黒体輻射の問題だった．前者は相対性理論，後者は量子力学の発見につながり，現代物理学の幹に発展した．相対性理論はアインシュタインの寄与が圧倒的に大きい．量子力学の建設にはアインシュタインも光量子論の提案などで大きな貢献をしている．だが量子力学は壮大な体系で，ひとりの天才の力で作り上げられるものではなく，たくさんの物理学者が関与した．またその影響も相対性理論の比ではなく巨大なものだ．現代の科学技術のほとんどがその上に立っており，影響はますます大きくなっている．誰にとっても知っておくべき大切なものだが，はっきり言って**量子力学を理解するのは難しい**．

---

[1] Makio Uwaha. E-mail:uwaha@nagoya-u.jp; http://slab.phys.nagoya-u.ac.jp/uwaha/

[2] William Thomson: 1824-1907，絶対温度の導入，熱力学の第 2 法則の定式化，ジュール-トムソン効果の発見，地球年齢の概算 (放射能を知らなかったため正確ではなかった) などで知られる．その業績によって男爵となり Kelvin 卿と呼ばれる．

相対性理論が示した時間や空間の相対性は，日常の常識から見ればかなり奇妙なことだが，時間や空間の意味をよく考えてみれば理解できないことはない．みんながまだ違和感を持つとしても，これから量子力学や現代的な原子論をくわしく学べば，徐々に受け入れられると思う．これにひきかえ量子力学の世界の不思議は人間の理解を超えたものがある[3]．歴史的に見ても量子力学の建設の時期からその解釈についてはさまざまな議論があった．量子力学的原子模型の提唱者であるボーアとアインシュタインの論争は有名だし，アインシュタインが最後まで量子力学を受け入れなかったこともよく知られている．しかし，腑に落ちない問題を抱えながらも，量子力学はあらゆる分野に応用されており，量子力学の正しさには (現在知られている限り) まったく疑う余地がない．量子力学こそはこの世の中を成り立たせている最も基本的な法則である．原子や分子の構成要素である素粒子の世界を知るには，電子や光を作り出している「場」についての理論が必要になるが，すべて量子力学の法則の枠内のことである．量子力学はたくさんのことを私たちに教えてくれたが，ここでは応用的な問題には触れずに，私たちの世界観を変えてしまった次の点にしぼって話をしよう．

量子の世界の特徴

1. 微視的な世界では，物理系の**状態の変化が不連続的に起こりうる**．(粒々には思えない物質が実は原子から成っていたように，滑らかに起こると思われていた運動も飛び飛びに起こることがある．)
2. その不連続的な変化では，ある状態から移りうる状態が複数あり，その**どれにいつ移るかは全く確率的**なことがらである．(原因と結果の 1 対 1 対応がなくなり，決定論的な因果性が成立しない．移りうる変化が一意的でないのは私たちの知識がまだ不十分だからではなく本質的に不確定なのだ．)
3. 宇宙を作る単位となる粒子 (必ずしも普通の意味のツブではない) があり，**同種の粒子は全く区別ができず本質的に同じもの**である．
4. 科学的世界観の根幹と思われていた素朴な**実在論は成り立たない**．(量子力学を深く知ったはずの多くの人が「量子力学は理解できない」と言うのは，とくにこのことを意識しているからだ．)

[3] 20 世紀最高の物理学者の一人であるファインマンは，「.... after people read the paper a lot of people understood the theory of relativeity in some way or other, ... On the other hand, I think I can safely say that nobody understands quantum mechanics.」と書いた (“The Character of Physical Law”).

2　滑らかに変わるもの，飛び飛びに変わるもの

前世紀初頭に生まれた量子力学は，物質を作っている原子という単位があることを認めるだけでなく，その原子がさらに構造を持ち，特定の変化をすることを発見した．もちろんそれ以前にも物理学は物の変化の様子を探求してきたのだが，それはすべて連続的な変化と考えられていた．ところが原子の世界では，場合によっては，飛び飛びの状態変化しか許されないということがわかったのだ．ギリシア以来の原子は，粒々だが，その運動は連続的なものだった．新たな知見は，物質の構成単位が離散的なだけでなく，その運動も離散的でありうるということだ．量子力学の言葉で，このような変化は「**ある物理系の状態が別の状態に不連続的に遷移する**」と表現される[4]．

量子力学によって最初に詳しく調べられたのは，最も簡単な原子である水素原子の構造だった．水素原子は中央に正の電荷を持った陽子が鎮座し，周りに負の電荷を持った電子が雲のように広がっている[5]．古典物理学の世界では世界を記述する言葉は**粒子の位置と運動量** (あるいは速度) だった．量子力学は全く違った言葉を使う．それは**状態**という考え方で，われわれが注目する対象全体 (物理学では**系**と呼ぶ) の様子を表し，数学的には**成分が無限に多い複素数のベクトル**で表現される得体の知れないものだ．「状態」を知れば，それから必要に応じて個々の粒子の位置や運動量の情報を得ることができる．とりあえずひとつの水素原子に注目すると，その中のひとつの電子はある特定の「状態」をとっている，ということになる．この水素原子中の電子の状態が，エネルギーの異なる飛び飛びのものに限られるのだ．それぞれの状態で電子がどこにあるかというと，エネルギーの高い状態ほど原子核の陽子から離れて大きく広がっていると言ってよい．しかし，ある瞬間にどこの位置にあるかを知りたいと思うと，いろいろ厄介なことが起こる．状態は決まっていても，位置は定まっていないのだ．ふらふら動き回っていて定まらないのではなく，この「状態」が水素原子中の電子の様子そのものなのである．状態は変化しうる．水素原子中でエネルギーの違う状態に「飛び移る」ことが可能だ．これを**遷移**と呼ぶ．エネルギーの高い状態から低い状態に変わるときに，その差にあたるエネルギーを光として放出する．逆の過程が起きるのは，初めに光があって，それを電子が吸収したときだ．しかし，あまり大きなエネルギーの光を吸収すると，電子は原子から飛び出してしまい，水素原子はイオン化する．状態間の遷移では，二つの状態のエネルギーは正確に定まっており，そこから出てくる光のエネルギーも正確に決まっている．光のエネルギー E は光の角振動数 ω と比例し，$E = \hbar\omega$ と

[4]量子力学では「連続的な状態の変化」というものもある．

[5]この表現は単なる比喩で，正確ではないが，量子力学の数学的な言葉を学ばないと正確な表現はできない．

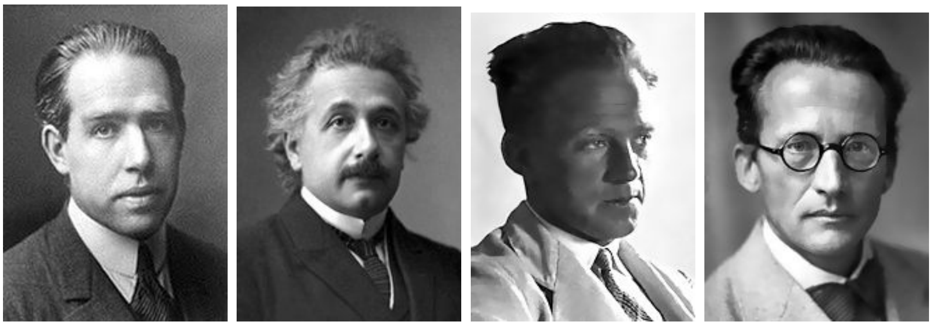


図 1: ニールス・ボーア，アルベルト・アインシュタイン，ウェルナー・ハイゼンベルク，エルウィン・シュレディンガー (いずれもノーベル賞の公式ウェブページから)

書けるので[6]，出てくる光の振動数が正確に定まっていると言ってもよい．つまり原子の初めの状態のエネルギーを E_{initial}，後の状態のエネルギーを E_{final} とすると出てくる光のエネルギーは

$$\hbar\omega = E_{\text{initial}} - E_{\text{final}} \tag{1}$$

から決るのだ．いろいろな原子が同じように光を放出するが，そのエネルギー，つまり振動数はそれぞれに定まっている．このように，今までは連続的な量や連続的な変化だと思っていたもののなかに，離散的な値しかとらず離散的な変化しかしない場合があることが分かった．

[**発表用課題**] 状態と状態の間の不連続的な飛び移りという考え方を最初に提案したのはニールス・ボーア (Niels Bohr: 1885-1962) である．ボーアは，水素原子が規則正しく並んだ飛び飛びの波長 (もちろん振動数と言ってもよい) の光を吸収することを説明するため，この奇抜な考えを出した (1913 年)．ふつうの力学と電磁気学の考えに従うと，水素原子中の電子は陽子の周りを回っている．すると電子は電磁波を少しずつ放出して，徐々に軌道は小さくなり，ついには水素原子はつぶれてしまう．ボーアは軌道が連続的に変化することを禁止した．ボーアがどのような原子模型を提案して，どんな結果を導いたのか調べてみよう．その後 10 年以上かかってでき上がった量子力学によれば，水素原子中の電子は原子核の周囲を回転しているわけではない (角運動量をもった状態もあるから，回転していると言ってよい状態もあるが)．

ここで「時間」の意味について補足をしておこう．原子から出てくる光は振動数が決っているから，これを時計に使うことができる[7]．ここで重要なことは，

[6] 比例定数は $\hbar = h/2\pi$．h はプランク定数と呼ばれ，その値は $\hbar = 6.626068 \times 10^{-34}\,\mathrm{kg\,m^2/s}$.

[7] フランス革命の近代合理主義の精神にそってメートル法が 1791 年に制定され，このとき時間の単位「秒」も「平均太陽日の 1/86400」と決められた．測定精度が上がるとともに秒の定義

原子は時計屋に並んでいる精密時計とは違って，どの原子もまったく同じものだということである．単に見分けがつかないのではなくて本質的に同じ物なのである (このことについては **6** で学ぶ)．つまり原子時計は絶対的に正確で狂わない，と言うよりは時間の進み方そのものを表すと言える．もしこの時計が遅れたらどうなるか? この時計だけでなく，あらゆる原子時計が同じように遅れる．あらゆる物の運動がみな同じように遅れる．相対性理論では「光速に近い速度で運動すると時計が遅れる」とか「強い重力場のもとでは時計が遅れる[8]」と表現されている．このことを「時間が遅れる」と言うのだ．しかしどこかに絶対的な時間があってそれと較べて遅れるのではない．重力の影響がほとんどない，慣性系の時間と較べているのである.「もしそれも含めて遅れたら?」と言うような問いは立てられない．何故なら**原子の世界の周期的な運動が時間そのもの**なのだから，この運動と離れた時間というものはない．存在するのは時間ではなく，時計なのだ．原子や分子の振動を使った現代の時計は，その針の示すものが時間そのものとしか言いようがないのだ (原子時計はどうせディジタルだから，針というよりは数字といった方が良いかもしれないが...)．

3　非決定論的な世界

原子の中心にある原子核は陽子と中性子が集まってできたものだが，同じ元素でも中性子の数の違いによって同位体という違った種類の原子核になる．たとえば炭素はふつう $^{12}_{6}\mathrm{C}$ で原子核は 6 個の陽子と 6 個の中性子とからなる．このほかに自然界には同位元素として，同数の陽子と 7 個の中性子からなる $^{13}_{6}\mathrm{C}$ が 1.1 パーセント，8 個の中性子からなる $^{14}_{6}\mathrm{C}$ が極微量 (0.00000000012 パーセント) 含まれている．$^{14}_{6}\mathrm{C}$ は 5730 年の半減期で電子 (β 線と呼ばれる) と反ニュートリノと呼ばれる粒子を放出して崩壊し $^{14}_{7}\mathrm{N}$ に変わる[9]．

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \to \ ^{14}_{7}\mathrm{N} + e^{-} + \bar{\nu}_{\mathrm{e}} \tag{2}$$

ここで半減期といったが，その意味は初めに 1 億個の $^{14}_{6}\mathrm{C}$ があったとすると，5730 年後には 5000 万個になるということである．さらに 5730 年が経つと 2500 万個に減る．$^{14}_{6}\mathrm{C}$ の崩壊現象を使い，$^{14}_{6}\mathrm{C}$ の割合を精密に測定することで考古学の絶対的な年代測定が可能になった．

放射性同位元素では半減期 ($\tau_{1/2}$ と書くことにする) と同様に，これと比例関係にある平均寿命 τ を使うこともできる．平均寿命 τ だけ時間がたつと放射性同

が改定され，1967 年には現在の定義「セシウム 133 の原子の基底状態の二つの超微細準位の間の遷移に対応する放射の 9192631770 周期の継続時間」に変わった．

[8] 今の GPS(Global Positioning System) 人工衛星と地上の重力の違いによる時計の補正をして精度を保っている．

[9] 他の粒子を放射する元素は放射性同位元素と呼ばれ，電子を放出する過程を**ベータ崩壊**と呼ぶ．

位元素の数ははじめの $1/e$ になる．ここで e は自然対数の底 $e = 2.718281828\cdots$ だ．寿命と言っても人間の寿命と違って，10 年たって生き残った同位元素を集めて寿命を測定しても，できたての同位元素を集めて寿命を測定してもまったく違いがない．つまり同じ種類の原子や原子核はまったく同じものであり，生まれてからどれだけたったかによる違いが全くない．人間や自然現象についてのいろいろな統計でも，あと「ガンであと 3 年生きられる確率は 40 パーセント」とか「明日晴れる確率は 70 パーセント」とか言うが，放射性元素の崩壊では過去の履歴がまったく影響しないのだ．また，サイコロやコインを投げたときの確率も過去の履歴にはよらないが，これは放射性元素の崩壊と同じではない．サイコロやコイン投げでは，投げたときの条件をわれわれが知らないから，ある数字や表が出る確率が 1/6 や 1/2 になるのだが，もし条件が正確にわかっていれば確定的な予言ができるに違いない．この場合の確率は，ある意味で**無知の表明**に過ぎないとも言える．ところが放射性元素の崩壊での確率は，どの原子核が壊れるかをわれわれが知らないのではなく，どれが壊れるかは決まっていないのである．だいじなことは原子核もいつも全く同じであり，時間がたって壊れやすくなるのではないということだ．このように見かけだけではなく**自然が本質的に確率的なもの**であることは量子力学の帰結である．

アインシュタインが「神はサイコロをふらない」と言って，量子力学の確率的な記述を拒否したことは有名だ．確率的な現象の裏にはわれわれが未だ知らない「隠れたパラメタ」があって，それが現象を支配しているのではないかと考えた人たちは多い．しかし，あとで説明するように，このような隠れたパラメタがないことは, 実験的に証明されてしまった[10]．したがって「神様はいつもサイコロを振っている」ことが明らかになった．(このサイコロの目は誰が決めているのだろう?)

[**自習用課題**] 過去の履歴 (年齢) に無関係に一定の割合で崩壊する (一定の死亡率で死ぬ) ような性質を持つ場合，時刻 t まで生き残った同位元素の数 $N(t)$ は $N(t) = N(0)e^{-t/\tau}$ となることを示せ．また平均寿命 τ は半減期 $\tau_{1/2}$ の何倍か? このように過去の履歴が影響しないということの意味を考えてみよ．

入学試験の合格者名簿が張り出されるといっせいに歓声がわく．ここに自分の名前を見つければ，その後の人生が大きく変わる (良いほうにか悪い方にかはこれから決まることだ)．みんなの人生が変わるのは，この一瞬の観測の結果である．しかし実はここに名前が載るかどうかは今年 3 月 8 日の教授会で決まっ

[10] ふつうは，何かがないことを確かめるのはなかなか困難だ．いくら探しても見つからないからと言って，ないことが証明されたわけではない．未だ探していないところから見つかるかもしれない．この証明は隠れたパラメタがあれば成立するベルの不等式と呼ばれる不等式が破られていることを実験的に検証すると言う形で成された．そしてこのことは「存在」という私たちの抱く概念を根底から揺るがすことになった．

ていた[11]．この決定も，入学試験直後の採点官の書き込んだ点数に従ったに過ぎない．人生が変わるかもしれない瞬間は，もっと以前に決まっていたことになる．本当の転換点はいつなのだろうか?

しかし誰もが，合格者名簿を観測するより前に客観的事実として合格者名簿のなかに自分の名前があった，と思っているだろう．トランプのカードをめくって「ハートのエース」が出たら，めくる前からそのカードは「ハートのエース」だったと思うのがふつうだ．では，パソコンで「フリーセル」や「ソリティア」をやるときはどうなのだろう．本当のカードゲームと同じようにカードはめくる前から決まっているのだろうか?

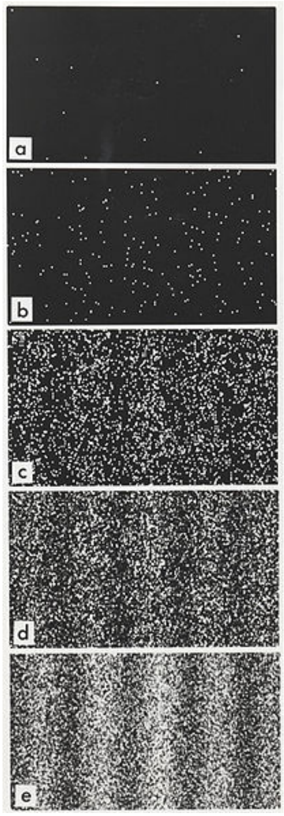
[**発表用課題**] 以上を例に，因果律，確率，実在性の問題，これらの関係について論ぜよ．(初めから一般論をやるのは難しい.「明日午前中の降水確率 30%」,「コインを投げて表が出る確率が 50 パーセント」,「一年以内の原子核の崩壊確率 10%」などという主張での確率はどういう意味だろう?それぞれどういう因果律に支配されているのだろう?実験や観測をして結果が決るわけだが，観測をしなかったら結果はどうなったのだろうか?など具体的の問いを立ててみて考えよう．)

4 粒子か波動か?

力学では私たちの世界を「いつ，どこに，なにがある」という風に，粒子の位置を使って記述する．電磁気学では，これに加えて，空間の各点に「場」とよばれる「雰囲気」のようなものが付け加わる．いずれにしろ，時間と場所とを指定して，そこに何かがあり，それらの決定論的な因果関係で世界が変わっていく．この連続的な変化を規定しているのが，力学のニュートン方程式と電磁気学のマクスウェル方程式だ．量子力学では，世界は，そのごく一部であれ全体であれ，私たちの関心の対象は**状態**と呼ばれるもので記述される．この「状態」は私たちがどのように働きかけるかによってさまざまな顔を見せる．このことがはっきりと現れるのが電子や陽子などの「粒子と波の二重性」と呼ばれる現象だ．

みんなは，ヤングの干渉実験を知っているだろう．一本のスリットを光が通ると，スクリーンにはぼやけた線が映る．2 本並んだ細いスリットを光が通ると，スクリーンには 2 本の線ではなく干渉による縞模様が浮かぶ．これは光が波であることを示す実験として有名だが，同じことが実は電子でも起こるのだ(図 2)．二重スリットを通過したひとつの電子は蛍光スクリーン上でひとつの点を光らせる．ポツリ，ポツリと 10 回光ったあとが図 2(a) だ．これを積み重ねていくと不思議なことに干渉縞が現れる．たくさんの点が記録されているが，あ

[11] これは理学部の場合.



(f) 

図 2: Results of a double-slit-experiment performed by Dr. Tonomura showing the build-up of an interference pattern of single electrons. Numbers of electrons are 10 (a), 200 (b), 6000 (c), 40000 (d), 140000 (e).(From Wikipedia) (f) 外村彰氏 (http://www.hitachi.com/rd/fellow_tonomura.html)

くまでも電子は放出されてからスクリーンを光らせるまで装置の中にはひとつずつしかいない．だから干渉は**ひとつの電子が二つのスリットを通って**起こしているのだ．電子は波としてスリットを通り抜け粒子のようにスクリーンを光らせる!

3 で，量子力学の世界が確率的であることを見たが，さらに不思議なことは，サイコロやコインの世界とは違って，場合の数を足し合わせることはできないのが量子論的確率の特徴だ．2 重スリットの実験で，右のスリットを閉じれば，中央より少し左に電子の到着確率に従った広がったパターンが得られる．左のスリットを閉じれば，このパターンは少し右にずれる．ところが両方を開くと干渉縞が出現するのだ．つまり量子力学では，確率あるいは場合の数を足し合わせるのではなく，左を通った「状態」(これを $|\mathrm{left}\rangle$ と書こう) と右を通った「状態」(これを $|\mathrm{right}\rangle$ と書こう) が足しあわされる．**2** で述べたように，この状態は数学的には複素数を成分とする大きさ 1 の**状態ベクトル** (これは**波動関数**とも呼ばれる) で表され，この足し算によって両方のスリットを開いたときの

電子の状態が表される[12]:

$$|\mathrm{both}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\mathrm{left}\rangle + |\mathrm{right}\rangle\right). \tag{3}$$

左側のスリットを開けたときに電子がどこに来るかの確率を表すのは，その状態ベクトル $|\mathrm{left}\rangle$ と，ある場所に電子がある状態を表すベクトル $|x\rangle$ の，内積 ($\langle x|\mathrm{both}\rangle$ と書かれる) の絶対値の 2 乗 $|\langle x|\mathrm{left}\rangle|^2$ として得られる．両方のスリットを開けた場合は，2 重スリットを通った状態ベクトルとの内積の 2 乗で $|\langle x|\mathrm{both}\rangle|^2$ として得られる．当然

$$|\langle x|\mathrm{both}\rangle|^2 \neq \frac{1}{2}\left(|\langle x|\mathrm{left}\rangle|^2 + |\langle x|\mathrm{right}\rangle|^2\right) \tag{4}$$

だ．この辺の話は，ちゃんと知りたければ量子力学をしっかり勉強するほかないが，今は，確率の足し算ではなく状態が足されることだけ理解しておこう (**状態の重ね合わせ**と呼ぶ).

5　シュレディンガーの猫

さて量子力学は，電子の運動法則であるだけでなく，電子や陽子が作るもっと大きな世界にも成り立っているはずだ．すると奇妙な事態が発生する．

箱の中に 1 個の放射性同位元素，たとえば ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ を入れておいてその崩壊を待つのである．時間がたった後のこの原子核の状態は ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の状態と ${}^{14}_{6}\mathrm{N}$ の状態を重ね合わせた状態である．この系を観測すると原子核が崩壊していなければ ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ が見つかるし，崩壊していれば ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ が見つかる．たくさんの原子核があれば，観測するたびに少しずつ ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ の数が増えているはずだ．原子核がひとつだけならもちろん圧倒的に大きな確率で ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ が見つかるはずだし，運がよければ ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ に出くわすかもしれない．原子核はひとつしかないのだから，どちらかを見つけてそれで終わりだ．シュレディンガーは次のような装置を考えた．窓のない箱の中に，猫を一匹閉じ込め，電子の観測装置とそれに連動して青酸カリの壜をたたきわる装置を入れておく．装置をセットして一定時間がたったあとで部屋の扉を開け猫の生死を確認する．原子核が崩壊して電子が出てくれば，装置が作動して壜が割られ猫は死ぬ．崩壊しなければ猫は元気だ．つまり放射性原子核が崩壊しない状態では猫は生きているが，崩壊した状態では猫は死んでしまう．つまり箱の中の系は，猫が生きている状態と死んでいる状態の重ねあわせになっているはずだ．すると誰かが箱を開けて中を見るまでは，猫の生死は確定していないことになる．箱を開けて観測して初めて猫は生きているか死んでいるかが定まると言うことだ．これは馬鹿げているのではないだろうか?「**シュレディンガーの猫**」と呼ばれる有名なパラドクスである．

[12] $1/\sqrt{2}$ はベクトルの大きさをそろえるためにつけてあるが，あまり気にしなくてよい．

量子力学のポイントは，さいころやコインを投げるのとは違って,「状態」が重ね合わさって (状態ベクトルの足し算ができて)，確率が決まることである．何かが起こる確率の段階で足し算をするのではなく，その一歩前の「状態」という不思議なレベルで足し算が行われる[13]．日常世界とは隔絶した原子や原子核のミクロなレベルでこの様なことが起こっていることは数え切れないほど証拠があり，間違いない．量子力学の成功の上に現代の科学技術のすべてがあるのだから，それが間違っていては困ることになる．ミクロのレベルではこの様な非常識を受け入れざるを得ないのだが[14]，それはマクロな世界にもつながってくるのだ．生きた猫と死んだ猫の重ね合わせの状態など本当にあるのだろうか? ミクロの世界の状態の重ね合わせは認めるにしても，生死の重なった猫などありえないだろう．扉を開けて確かめなくても猫の生死は確定しているはずだ．これが素朴な実在論の立場である．アインシュタインが量子力学を正しい理論とは認めなかった理由はここにある．このことにはまた **7** で立ち返ることにして，量子力学の内容として掲げた 3 番目の問題を先に説明しておく．

6　似ているものと同じ物—ギリシアの原子論と現代の原子論

私たちのまわりは規格化された大量生産品でみちあふれている．大量生産される商品にはすべてが同じ品質を維持するよう厳しい標準があり，出来上がったものは一見まったく区別がつかない．しかし,「世の中には全く同じものは二つと無い」という言葉もあり，詳しく見れば必ず二つのものは判別がつくはずである．同じように見えるものでも，顕微鏡でも使って詳細に観察すれば違いがあるに違いない．ところが世の中にはどうやっても区別がつかないものもあるのだ．それも，とてもたくさん．

ギリシア時代以来，世界がいくつかの種類の原子からできているというとき，そこで考えられた同種原子はまったく区別のつかない同じものであろう．この原子論を受け入れた近代人の考え方は次のようになる．原子同士はまったく同じものだが，それが無数に集まってできた個々の物体は，まったく同じだけの原子がまったく同じように並んでいるはずはない．したがって,「世の中には全く同じものは二つと無い」ということになる．もう一度強調しておこう．原子を認めることは，世の中に全く同じものがたくさんあることを認めることである．

しかし，ギリシアの原子論と量子力学以後の現代の原子論の間にはひとつの大きな違いがある．ラボアジェやアヴォガドロの原子論は空想ではなくて科学

[13]量子力学でも，すべての排他的な事象が起きる確率の和が 1 になるというようなことには変わりがない．

[14]このことは，あとで詳しく検討するように，単に「非常識」で片付けられない深遠な意味を持つ．

的根拠をもとに主張されたという点ではギリシアの原子論とは異質だが，そこで想定されている原子の特性はギリシアのものとそう違わない．いずれもいくつかの種類の元素があり，その元素は同じ性質を持った粒々である．同じ元素はパチンコ球やピンポン球とは違って，ふたつあったらそれらを区別することはできない．ただ区別はできないといっても，片方を A，他方を B と名づければ，印こそ付けられないが A はあくまで A であり，B はあくまで B であろう．ところが量子力学の原子はそうではない．A，B と名づけることがそもそもできないのだ．

それは次のようなことをやってみるとわかる．箱の中に二つの同じ種類の粒子を入れておく．たとえばヘリウム原子を二つ入れておく．この箱の真ん中に勝手に仕切りを入れたとき，左側と右側にはいくつの粒子が見つかるだろう．何度も何度も試した結果から，どうなるかという確率を調べることができる[15]．もし原子がひとつだったら，左に見つかる確率が 1/2，右に見つかる確率も 1/2 だ．ふたつがパチンコ球のような粒子だったら[16]，右の箱に二つ見つける確率が 1/4，左に二つ見つける確率が 1/4，右と左に一つずつ見つける確率が 1/2 だ．その理由は，それぞれの粒子が右と左に行く確率が半々なら，左と右への分け方は，AB|—，A|B，B|A，—|AB の 4 通りが区別できるから，1 個ずつになる確率が左に 2 個入る確率の倍になる．ところが，ヘリウム原子で同じことをやるとそれぞれが起きる確率がすべて等しく 1/3 になるのだ．これは場合の数を数えるときに A|B と B|A が区別できず一通りになることを意味している[17]．同様に，左と右から来た二つの電子がぶつかって，また離れていったときパチンコ球とは違って，どちらの電子がどちらに行ったのかを区別することはできない．量子力学の世界では，電子，陽子，中性子，原子といった粒子は，粒々というよりはむしろ電光掲示板 (またはパソコンにディスプレイ) のように空間の各点のいろいろな色の状態と思ったほうがよい (こういうものを物理では**場**と呼んでいる)．同じ色が光って動いていくならば，二つの点が隣に来てまた離れていったとき，どちらがどちらなのか区別できないのと同じなのだ．

7　実在とは何か?

はじめに述べたように，量子力学についぃては草創のころからいろいろな議論や解釈があった．しかしその深刻な意味が本当に明らかになり，量子力学の不

---

[15] この実験はずいぶん比喩的なもので，この通りに実行するのは難しい．

[16] 箱はパチンコ球よりずっと大きく，二つの玉はお互いに**相手に影響されることなく勝手に動ける**と考えている．

[17] ヘリウムの原子核は陽子 2 個，中性子 2 個からできており，$^4_2$He と書かれる．同位元素に中性子が一個少ない $^3_2$He がある．これで同じことをやってみると，さらに訳のわからない確率が得られるが，ここでは考えないでおく．

思議な予言が実験的にも確かめられるようになったのは前世紀の末になってからである．量子力学は私たちが持っている**実在**という概念の意味を根本から問い直し，素朴な意味での実在の概念を否定した．今回はこのことについて考えてみよう．

物理学者に限らず科学者の多くは (素朴な) 実在論の立場に立って物事を考えている．別にプロの科学者でなくても，科学に関心を持つ人の大多数はそうではないかと思う．物理の立場で言うと，これに**局所的**という言葉が加わった立場を自然に受け入れている．局所的と言うのは，ここで何かが起こったとすると，その影響が遠方まで一気に及ぶことはなく，かならず**近接作用**で伝わっていくということだ．具体的には，光がそこに届くより早く今ここで起こった事件の影響が及ぶことはない．現代の物理学は，電磁気についての法則がそうであったように[18]，近接作用に基づく因果関係の連鎖を認めることを基本的な考え方にしている．

「実在」に対する素朴な考え方は，ときどきそれを受け入れない哲学が流行することはあっても，自然科学の正統的な哲学であった．脳の中に生まれた私たちの意識の外に物は存在しており，因果的な関係でその変化がつながっている．局所的ということと合わせれば，絶対空間や絶対時間が否定されたりして事情は多少複雑にはなったものの，因果的な関係は時空において網のように連続的につながっているのである．

さらに，この因果的関係は一対一とするのが伝統的な考えであった[19]．よく知られているようにアインシュタインは「God does not play dice with the universe」と言って，統計的な予言をする量子力学を不完全なものとして受け入れなかった．量子力学に現れた確率を好ましく思わない人たちは,「隠れた変数」と言うものを導入して一対一の因果関係を守ろうとした．つまり私たちの知らない隠れた変数があって，そのレベルでは一対一の因果律が成り立っているのだが，私たちはそれをまだ知りえていないだけだ，と考えたのである．

アインシュタインはポドルスキー，ローゼンとともにEPRパラドックスと呼ばれる**思考実験**[20]を提案して，量子力学から導かれる結論が私たちの持つ因果性の考えと矛盾することを示し，量子力学は究極の理論とはなりえないと主張した．この実験 (の変形版) を，できるだけ分かりやすい形で解説する．

---

[18]電磁気学では，ある場所での電場や磁場の時間変化が対となる場を作り出し，それが次々に遠くまで伝わっていく．これに対しニュートンの万有引力の法則は瞬間的に遠く離れた場所に伝わる**遠隔作用**である．遠隔作用と殊相対性理論の矛盾を避けるよう，相対論的な重力理論，一般相対性理論が作られた．

[19]そうしないと時空における連続的な関係がうまく作れない．ただし「最初の一撃」で，その後の世界の発展がすべて決まると言う考えは，何かおかしいと思われるのだが...

[20]技術的には困難だが原理的には実行できるはずの実験で，分かっている理論を使ってその結果を予想するような実験．

図 3: デヴィッド・ボーム (David Bohm: from Wikipedia) ジョン・ベル (John Stewart Bell: ゲーテ大学のウェブページから)，アラン・アスペ (Alain Aspect: CLEO/QELS のウェブページから)

8　偏った光と量子力学

2 重スリットの実験は量子の世界の不思議を劇的に表しているが，きちんと扱おうとすると数学的に難しい．EPR は静止した粒子が崩壊して (分裂して) 反対方向に出て行く二つの粒子の運動量と座標の観測についての思考実験を提案した．この理論的解析はかなり複雑だし，実験を実際に行えそうなものでもなかった．その後ボームは本質的に同じ問題を扱って，スピンを使ったシンプルな実験を提案した．ここでは偏光を使った実験を考えることにしよう．これだと古典的なよく知られた物理と素直につなげられるし，実際に実験をすることも可能だ．そして，実際に実験が行われた．

偏った光–**偏光**–について高校で勉強したことを復習しよう[21]．光 (電磁波) は横波であり，進行方向に垂直な方向に電場や磁場が振動している．偏光フィルター (AVATAR を観るときに使った眼鏡に使われている) を通った光は電場がある特定の方向にしか振動してない．一枚の偏光フィルターを通った光はそれと直行した方向のフィルターで完全に遮断される．このことは光の振動ベクトル (電場あるいは磁場のベクトル) を考えれば理解できる．光の進行方向を z 軸として，x 軸と振動ベクトルのなす角度を θ とする．1 枚目のフィルターの方向を θ_1 としておく．2 枚目のフィルターの向きを θ_2 とすれば，これを通過する振動ベクトルの成分は，$\theta_{21} = \theta_2 - \theta_1$ と書くと，初めの強度の $\cos\theta_{21}$ 倍だ．$\theta_{21} = \pi/2$ なら $\cos\theta_{21} = 0$ なので，両方のフィルターが直交していれば，光は 2 枚目のフィルターを全く通過しない．2 枚目のフィルターを通過する光のエネルギーは振幅の 2 乗に比例するから，最初に入射する光の強度の $|\cos\theta_{21}|^2$ 倍だ．

偏光フィルターの実験で面白いのは，直交する 2 枚の偏光フィルターは光を

[21] 習わなかった人もいるかもしれないが，光が横波であることさえ分かっていれば理解できるはずだ．

全く通さないのに，この 2 枚のあいだにもう一枚のフィルターを傾けて差し込むと，光を一部が通過す量になることだ．以上のことは電磁気学を学べば，マクスウェルの方程式を使ってきちんと導くことができる．

[**自習用課題**] 1) 3 枚目のフィルターの角度を θ_3 とすれば，通過する光の強度 (エネルギー) は入射強度に対しどれだけか? $\theta_3 = \pi/4$ とすればこの値は? 2) $n+1$ 枚のフィルターを並べて $\theta_j = j\pi/2n$ としたら $(j = 0, 1, 2, \cdots, n)$，すべてを通過したときの光の強度はどれだけか? [答え：1) 1 枚目のフィルターを基準に角度を測ると，$\theta_1 = 0$，$\theta_2 = \pi/2$ である．3 枚とも通過する振幅は，はじめの $\cos\theta_3 \cos(\pi/2 - \theta_3) = \cos\theta_3 \sin\theta_3 = (1/2)\sin(2\theta_3)$ で，通過する光の強度は $(1/4)\sin^2(2\theta_3)$．$\theta_3 = \pi/4$ とすればこの値は 1/4．2) 振幅は $\cos^n(\pi/n)$，強度は $\cos^{2n}(\pi/n)$．(枚数が増えれば 1 にいくらでも近づく!)]

量子力学になってどこが変わるかというと，光という連続的な波が生まれたり消えたりするときには**光子**と呼ばれる粒々を単位として起こることだ．目に見えるようなふつうの光はたくさんの光子があるのでこんなことは考える必要がないが，光をどんどん弱くすると粒々がわかるようになる．光が届いたときにだけ観測装置はカチッ，カチッとディジタル的に反応する．これより感度は少し悪いが，光子は眼の中の網膜の中の細胞をピクッピクッと興奮させる．

さてガラス表面での反射をうまく使うと，偏光の向きによって光の進路を変えることができる．光がガラスの表面に斜めに入射すると，ブリュースター角と呼ばれるある角度では反射光から入射面に沿った偏光成分が消える[22]．この現象をうまく使うと，入射した光子をある方向に偏光したものと，それに直交する向きに偏光したものに分けることができる．

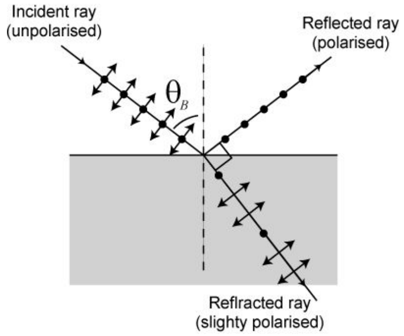


図 4: 反射光と屈折光の振動の向き．

http://en.wikipedia.org/wiki/Brewster's_angle

[22] スキー用のサングラスには偏光フィルターが入れてあり，雪面から反射した光が眼に入らないようにしている．

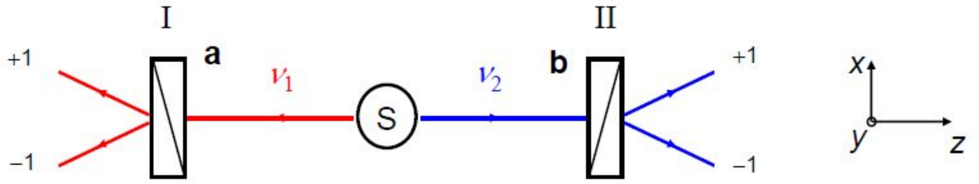


図 5: アスペの実験の配置．光源 S から強く相関した光が反対方向に出てくる．I では $\hat{\boldsymbol{a}}$ の方向に光線分割器を向けて平行方向+1 の光子と垂直方向-1 の光子に分離する．II では光線分割器は $\hat{\boldsymbol{b}}$ の向きを向いている．(Alain Aspect: IQEC, 2009)

9　光子対の偏光測定の実験

以下で，常識的な意味での世界の実在性，もっと正確に言うと局所的因果性が成り立つ場合に導かれるベルの不等式の破れを検証したアスペの実験を紹介しよう[23]．

実験の配置は図 5 のようなものだ．光源 S から反対側に光子がほぼ同時に放出される．光源はカルシウムの原子で，レーザーを使ってエネルギーの高い状態に原子をたたき上げておくと次々と緑色と紫色の光子を出してもとの状態に戻る．最初の準位と最後の準位は角運動量が $J=0$ の状態で[24]，このとき放出される二つの光子は偏光状態がちょうど逆になっている (片方の光子の偏光が x 軸の向きなら，同時に飛び出す光子の偏光も x 軸の向きでお互いに打ち消すように振動する．)．

出てきた光子を I と II で測定する．測定法は I では光の進行方向 z 軸と垂直なある向き $\hat{\boldsymbol{a}}$ に光線分割器 (beam splitter) をいれ，直交した二つの偏光の光を別な方向に進ませ，それを検出器で観測する．ひとつの光子が入ってくると，どちらかの検出器が反応する．$\hat{\boldsymbol{a}}$ の向きと平行か垂直かによって，結果を+1 と-1 と呼ぶことにする．II でも同様の測定をするが光線分割器の向きを $\hat{\boldsymbol{b}}$ としておく．それぞれがプラスやマイナスになる確率はいずれも半分ずつだ:

$$P_+(\hat{\boldsymbol{a}}) = P_-(\hat{\boldsymbol{a}}) = \frac{1}{2}, \qquad P_+(\hat{\boldsymbol{b}}) = P_-(\hat{\boldsymbol{b}}) = \frac{1}{2} \tag{5}$$

I と II で一緒に測定した一組の光子については，いろいろな組み合わせでプラスやマイナスが得られる確率はどうなるだろうか．実は，両方の偏光の向きが同じなので，偏光フィルターを通過する光の強度を求めたのと同じ結果になる[25]．た

[23] この解説は 2009 年 6 月にアスペが量子エレクトロニクス国際会議で行った講演をもとにしている．

[24] 今この意味がわかる必要はない．現実の系でこのような実験が行えるということを強調するために，一応具体的なことを書いている．

[25] 光の強度 $\propto$ 光子の数 $\propto$ 検出確率ということに注意し，自分で確かめてみよう．

とえばIの結果+だったら偏光は $\hat{\boldsymbol{a}}$ の向きだ．II に入射する光子も $\hat{\boldsymbol{a}}$ の向きだから，$\hat{\boldsymbol{b}}$ 向きの成分の偏光の強度は $\cos\theta_{ab}$，+方向へ向かう光子の割合は $\cos^2(\theta_{ab})$ という風だ (θ_{ab} は $\hat{\boldsymbol{a}}$ と $\hat{\boldsymbol{b}}$ のなす角)．まとめて書くと

$$P_{++}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) = P_{--}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) = \frac{1}{2}\cos^2\theta_{ab} \tag{6}$$

係数の 1/2 はプラスの場合とマイナスの場合が同等に起きるからだ．とくに両方の光線分割器の向きをそろえておけば $P_{++}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{a}}) = P_{--}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{a}}) = \frac{1}{2}$ となり，+を得るか-を得るかは五分五分だ．90 度ずらしておけば，直交した成分はないから $P_{++}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) = P_{--}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) = 0$ となる．同様に

$$P_{+-}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) = P_{-+}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) = \frac{1}{2}\sin^2\theta_{ab} \tag{7}$$

が得られる．両方の光線分割器の向きをそろえておけば，両光子の偏光の向きはそろっているから $P_{+-}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{a}}) = P_{-+}(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{a}}) = 0$ となる．

ここで検出器Iの結果と検出器IIの結果が一致する確率から逆になる確率を引いた次の量を考える．

$$\begin{aligned}
E(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) &= (P_{++} + P_{--}) - (P_{+-} + P_{-+}) && (8)\\
&= \left(\frac{1}{2}\cos^2\theta_{ab} + \frac{1}{2}\cos^2\theta_{ab}\right) - \left(\frac{1}{2}\sin^2\theta_{ab} + \frac{1}{2}\sin^2\theta_{ab}\right) && (9)\\
&= \cos 2\theta_{ab} && (10)
\end{aligned}$$

とくに $\hat{\boldsymbol{a}}$ と $\hat{\boldsymbol{b}}$ とが同じ向きなら $E = 1$ となる．

以上が量子力学の与える結果だ．電磁気学は使っても量子力学を使ったのか? と思うかもしれないが，結果は同じだ．ひとつ大事な注意をしておくと，ここでのいろいろな主張は確率についてのものなので，一回の実験では一般にバラバラな結果が得られる．いずれも，**同じ条件での実験を多数くりかえし，そのデータを分析したときに明らかになる関係**だ．

量子力学を使って書くと，二つの光子が放出されて測定が行われる前の状態 $|\Psi\rangle$ は

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{x}}\rangle + |\hat{\boldsymbol{y}}, \hat{\boldsymbol{y}}\rangle\right) \tag{11}$$

と書くことができる．この意味はIへ向かう光の偏光のが $\hat{\boldsymbol{x}}$ を向いて，II へ向かう光の偏光の向きも $\hat{\boldsymbol{x}}$ である状態と，同じように両方の偏光が $\hat{\boldsymbol{y}}$ 向きの状態を足し合わせたものと言うことだ．ただし同じ状態を表すのに，とくに x 方向が特別な意味があるわけではなく直交した二つの方向の重ねあわせならよいので，これを

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+_{\hat{\boldsymbol{a}}}, +_{\hat{\boldsymbol{a}}}\rangle + |-_{\hat{\boldsymbol{a}}}, -_{\hat{\boldsymbol{a}}}\rangle\right) \tag{12}$$

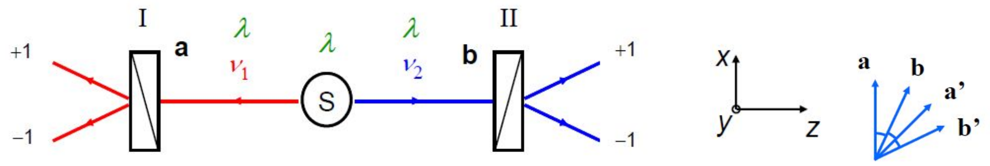


図 6: 光子の偏光測定実験の古典的な解釈．二つの方向に出た光子は隠れたパラメタ λ を持っていて，これが検出器にかかったとき，λ と $\hat{\boldsymbol{a}}$ の関数として I の結果を，λ と $\hat{\boldsymbol{b}}$ の関数として II の結果を規定する．(Alain Aspect: IQEC, 2009)

と書いても良い ($\hat{\boldsymbol{a}}$ を x 軸方向にとれば表現法が違うだけで (11) と同じ)．量子力学に従えば，この状態で，I で光線分割器を $\hat{\boldsymbol{a}}$ に向けて測定を行うと，I の光子について+1 の状態 $|+^{\mathrm{I}}_{\hat{\boldsymbol{a}}}\rangle$ か，-1 の状態 $|-^{\mathrm{I}}_{\hat{\boldsymbol{a}}}\rangle$ のどちらかになる (偏光の向きが $\hat{\boldsymbol{a}}$ と平行か垂直かに応じて)．それに応じて系全体の状態は，(12) のような二つの状態の重ねあわせから $|+_{\hat{\boldsymbol{a}}}, +_{\hat{\boldsymbol{a}}}\rangle$ か $|-_{\hat{\boldsymbol{a}}}, -_{\hat{\boldsymbol{a}}}\rangle$ かのどちらかになる．前の場合には II で測定を行えば + が得られ，あとの場合には − が得られる．ここでひとつのポイントは，I と II がどれだけ離れていても (つまり片方の測定が他方の結果に影響を及ぼすことが不可能な場合でも)，片方が + なら他方も + になり，片方が − なら他方も − になることだ．そして光線分割器の方向 $\hat{\boldsymbol{a}}$ は，どちらに選んでもよい．つまり勝手に選んだ光線分割器の方向 $\hat{\boldsymbol{a}}$ に対し，それを測定したとたん，ずっと遠くの II での相棒の向きも $\hat{\boldsymbol{a}}$ に決まってしまう．これでは片方の測定の結果が他方の測定器まで無限に速く伝達されているように見えるではないか．

10　ベルの不等式

量子力学を受け入れないで古典的な因果性に基づく理解をしようと思えば，次のように考えざるを得ない．両方に飛び出した光子は隠れたパラメタ λ を持っていて，I に向かった光子は，これと光線分割器 I の方向 $\hat{\boldsymbol{a}}$ の関数として + か − かを決定し，II に向かった光子は，光線分割器 II の方向 $\hat{\boldsymbol{b}}$ の関数として + か − かを決定する．$\hat{\boldsymbol{a}}$ と $\hat{\boldsymbol{b}}$ が同じだったら同じ符号をとなり，違っている場合には適当な比率で + か − かを与える．つまり式で書けば，線源から出た二つの光子はあるパラメタ λ の情報を持って測定器に向かう．測定器 I の結果は ± 1 の値をとるある関数 $A(\lambda, \hat{\boldsymbol{a}})$ で与えられ，測定器 II の結果は同様な関数 $B(\lambda, \hat{\boldsymbol{b}})$ で与えられる[26]．光線分割器の向き $\hat{\boldsymbol{a}}$ や $\hat{\boldsymbol{b}}$ はそれぞれ勝手に相手に影響を及ぼすことなく選ぶことができる．望むならば，**光子が線源を出てから別々に決める**こ

[26]あとで出てくるベルの不等式を証明するには $A(\lambda, \hat{\boldsymbol{a}})$ と $B(\lambda, \hat{\boldsymbol{b}})$ がとる値が絶対値 1 以下なら ± 1 でなくてもかまわない．

とも可能だ．ということで，パラメタ λ がいろいろな値をとる確率分布を $\rho(\lambda)$ とすると，(8) で定義した $E(\hat{\boldsymbol{a}},\hat{\boldsymbol{b}})$ という量は

$$E(\hat{\boldsymbol{a}},\hat{\boldsymbol{b}}) = \int \rho(\lambda)A(\lambda,\hat{\boldsymbol{a}})B(\lambda,\hat{\boldsymbol{b}})d\lambda \tag{13}$$

として求められ[27]る．ただし $\rho(\lambda)$ は確率だから全部足し合わせたら 1 にならなくてはいけない:

$$\int \rho(\lambda)d\lambda = 1. \tag{14}$$

つまり $E(\hat{\boldsymbol{a}},\hat{\boldsymbol{b}})$ は積 $A(\lambda,\hat{\boldsymbol{a}})B(\lambda,\hat{\boldsymbol{b}})$ の隠れたパラメタの分布 $\rho(\lambda)$ での平均という意味を持つ．(13) で大事なことは，ρ は $\hat{\boldsymbol{a}}$ や $\hat{\boldsymbol{b}}$ の向きによらず，A は $\hat{\boldsymbol{b}}$ によらず，B は $\hat{\boldsymbol{a}}$ によらないことだ．このような局所性の条件は，相対性理論を考えれば因果性の当然の帰結だ．光線分割器の向きを，光子が光源を出てから I と II に届くまでのあいだに，ともに相手に影響を与えられない時間に向きを決めれば，向きに関する情報は光源や他方の測定器には伝わりようがない．このような因果性と局所性 (I と II が独立) を満たす古典的な枠組みのなかで，うまい関数を工夫すれば量子力学の結果を再現するようなことができるのではないだろうか?

ベルはこの期待に否定的な回答を与えた．因果律を前提とした遠隔作用のない (局所的と呼ばれる) どんな理論を作っても，それは次の不等式を満たす．

$$-2 \le E(\hat{\boldsymbol{a}},\hat{\boldsymbol{b}}) + E(\hat{\boldsymbol{a}}',\hat{\boldsymbol{b}}) - E(\hat{\boldsymbol{a}},\hat{\boldsymbol{b}}') + E(\hat{\boldsymbol{a}}',\hat{\boldsymbol{b}}') \le 2 \tag{15}$$

この式の意味は，光線分割器の向きを，測定器 I では $\hat{\boldsymbol{a}}$ と $\hat{\boldsymbol{a}'}$ の二つ，測定器 II では $\hat{\boldsymbol{b}}$ と $\hat{\boldsymbol{b}'}$ の二つ準備しておきそれらを相手に影響を与えられないタイミングでランダムに変えて測定をする．そして得られた膨大な量のデータのなかから，光線分割器の向きの四つの組み合わせに対するデータを拾い出してそれぞれ平均をとり，(16) に出てくる式を計算すればよい．局所的因果性を満たす限り (16) の不等式が成立する．これは付録に示すように高校生でもできる簡単な代数計算だ．ところが量子力学の理論を信用すると，この不等式が破れてしまうのだ．たとえば $\hat{\boldsymbol{a}}$，$\hat{\boldsymbol{b}}$，$\hat{\boldsymbol{a}'}$，$\hat{\boldsymbol{b}'}$ の x 軸となす角度を θ_1，θ_2，θ_3，θ_4 として，$\theta_2 = \theta_1 + \pi/8$，$\theta_3 = \theta_2 + \pi/8$，$\theta_4 = \theta_3 + \pi/8$ とすると，量子力学の理論値は (13) から $S = \cos(\pi/4) - \cos(3\pi/4) + \cos(\pi/4) + \cos(\pi/4) = 2\sqrt{2}$ となるからこの不等式を大きく破ってしまう．つまり量子力学と一致するような結果を与える隠れたパラメタの理論を作ることはできないし，**量子力学は局所的因果律とは矛盾する**.

[27] $A = B = 1$ か $A = B = -1$ のときは $AB = 1$，$A = -B = 1$ か $A = -B = -1$ のときは $AB = -1$ だから (8) と全く同じ．

物事を古典物理学的に (常識的に?) 考える人にとって局所的因果律のない世界を受け入れることには抵抗がある．アインシュタインが最後まで量子力学を受け入れなかったのはこのためだ．またファインマンが量子力学は誰にも分からないと言ったのもこの意味だ．結局のところ，理論的に言えることはここまでである．局所的因果律を信じるのか，量子力学を信じるのか．これは信念の問題ではない．実際にこの不等式が破れるようなことが起きるのかどうか，**実験で確かめてみれば良い**のだ．

量子力学が正しいか，局所的因果律が正しいか，ベルの不等式を (16) の形で提案し，強い相関を持った光子対を使ってこれを確かめる実験を提案したのがクローザー，ホルン，シモニー，ホルト (Clauser, Horne, Shimony, Holt) の 4 人だった．1976 年ごろまでにクローザーらによって量子力学を支持する結果が得られたが統計精度などいろいろな点で確定的なのもではなかった．1975 年から 1982 年にかけてアスペらは一連の実験を行い，思考実験に近い状況を実現し，ベルの不等式は本当に破れているという確定的な結果を得た．技術的には，レーザーを使って大量の光子対を発生させることに成功して精度を上げられたことが重要だ．図 7(a) は角度をいろいろ変えたときの S の値の変化だ．先ほど調べた $\pi/8$ のところでは，実験値が $S_{\rm exp}(\pi/8) = 2.697 \pm 0.015$ で，明らかに 2 を越えている．また，図 7(b) のような装置で，**光が放出されたあとで光線分割器の向きを変え**，古典的因果性がないことをはっきりと示した．

物理学や天文学は人類の世界観や哲学を常に革新してきた．古典力学は地動説による天井付きの狭い宇宙の殻を破った．また原子論の実験的検証は，キリシア時代以来，空想でしかなかった世界がいくつかの種類の粒子からできているというマイナーな考えを万人の確信に変えた．20 世紀に入って，アインシュタインの相対性理論は，空間と時間についての私達の常識を覆し，日常の経験をはるかに越えた世界があることをはっきりと示した．その後登場した量子力学は，因果性とか実在性のようなもっと根本的な常識と矛盾していたのだ．その後の技術の進歩によって，当初は思考実験でしかなかった 2 重スリットの実験も実現されてしまい，ミクロの世界とマクロの世界はどうせ断絶されているという言い訳が効かなくなった．実在性や因果性の問題も，多くの人は私達の認識が浅いための見かけ上のことだと思いたかったけれど，アスペの実験によって，そのような望みは絶たれた．相対性理論を理解するより量子力学を理解するための壁はかなり厚いから，幸か不幸かこのことの重要性は世の人々にはあまり認識されていない．だが，人間は，人間の理解を超えたものを受け入れざるを得ないという矛盾した立場にあるように思える．

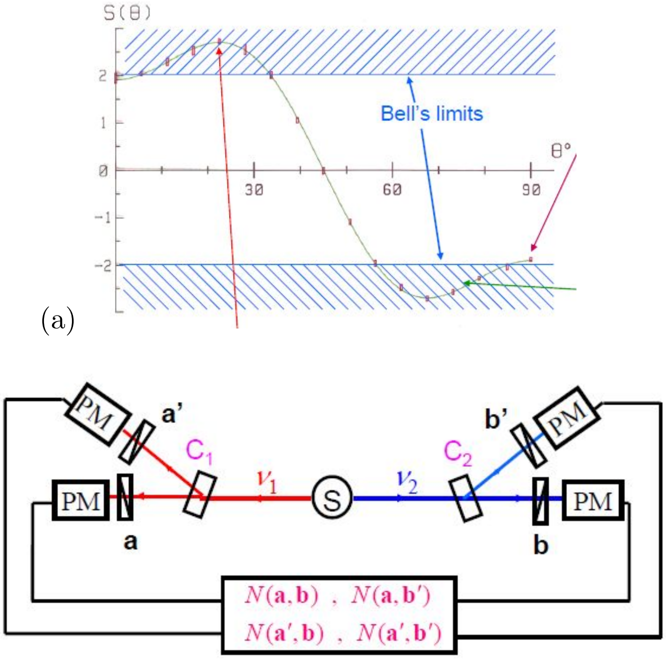


図 7: (a) アスペの実験でのいろいろな角度での S の値．(b) 光子が光源を出たあと 20 ナノ秒の間に光学スイッチを使って光線分割器の向きを切り替える実験．(Alain Aspect: IQEC, 2009)

11 読書案内

量子論がどんなに不思議なことを予言するのか，予備知識のない読者に詳しく初等的に説明している本として，お勧めは

「量子のミステリー」 デヴィッド・マーミン，丸善，1994 年

残念ながら絶版となっている．

量子電磁気学の建設者で日本で二人目のノーベル物理学賞受賞者のが思考実験を夢物語りにして，ヤングの干渉実験に当たる 2 重スリットでの電子の解説の不思議を語る

「光子の裁判」 「鏡の中の物理学」(講談社学術文庫，1976 年) 所収，

もお勧め．当時は思考実験であった電子の干渉実験をやって見せたのが外村彰である．本人による解説書

「量子力学を見る－電子線ホログラフィーの挑戦」

外村 彰　(岩波科学ライブラリー，1995 年)

があるが，これも絶版のようだ．そこで同じ著者の最近の本を挙げておく．

「量子力学への招待」

外村 彰　(岩波講座「物理の世界」，2001 年

アスペの実験より，もこちらの実験の方が量子力学の世界で何が起こっているかわかりやすい．ただ 2 重スリットは小さくて眼に見えないので微視的世界は別世界だといって納得してしまえるのが量子力学の不思議さをアピールする際の難点だ．

量子力学の教科書では
「新版 量子論の基礎—その本質のやさしい理解のために」
清水明，サイエンス社，2004 年
が原理的なことを詳しく解説している．

量子力学が正しい理論でありうるのかについて，ボーアとアインシュタインの間で激しい論争が繰りひろげられたことは有名だ．日本物理学会は毎年「科学セミナー」という一般向けの講演会を開催しているが，これに関連した話題が何度か取り上げられている．
「21 世紀、物理はどう変わるか」日本物理学会編，裳華房，2002 年
「アインシュタインと 21 世紀の物理学」日本物理学会編，日本評論社，2005 年
最近の本では
「量子のからみあう宇宙」アミール・D・アグゼル，水谷淳訳，早川書房，2004 年
が絡みあいの問題を中心に歴史的なことを解説している．また，この周辺の問題を歴史的，思想的な観点から取り上げているのが
「アインシュタインの反乱と量子コンピュータ」
佐藤文隆，京都大学学術出版会，2009 年
である．

12 付録：ベルの不等式の証明

せっかくなのでベルの不等式の証明をしておこう．

$$S = E(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}) + E(\hat{\boldsymbol{a}}', \hat{\boldsymbol{b}}) - E(\hat{\boldsymbol{a}}, \hat{\boldsymbol{b}}') + E(\hat{\boldsymbol{a}}', \hat{\boldsymbol{b}}') \tag{16}$$

は四つの異なる量から二つずつとった積を足したり引いたりしたものの平均だ．平均する前の式は

$$\begin{aligned} & A(\hat{\boldsymbol{a}})B(\hat{\boldsymbol{b}}) + A(\hat{\boldsymbol{a}}')B(\hat{\boldsymbol{b}}) - A(\hat{\boldsymbol{a}})B(\hat{\boldsymbol{b}}') + A(\hat{\boldsymbol{a}}')B(\hat{\boldsymbol{b}}') & (17) \\ &= \left(A(\hat{\boldsymbol{a}}) + A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right) B(\hat{\boldsymbol{b}}) - \left(A(\hat{\boldsymbol{a}}) - A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right) B(\hat{\boldsymbol{b}}') & (18) \end{aligned}$$

この式の絶対値について次の不等式が成り立つことが分かる．

$$\begin{aligned} & \left|\left(A(\hat{\boldsymbol{a}}) + A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right) B(\hat{\boldsymbol{b}}) - \left(A(\hat{\boldsymbol{a}}) - A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right) B(\hat{\boldsymbol{b}}')\right| & (19) \\ &\leq \left|\left(A(\hat{\boldsymbol{a}}) + A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right) B(\hat{\boldsymbol{b}})\right| + \left|\left(A(\hat{\boldsymbol{a}}) - A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right) B(\hat{\boldsymbol{b}}')\right| & (20) \\ &\leq \left|A(\hat{\boldsymbol{a}}) + A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right| + \left|A(\hat{\boldsymbol{a}}) - A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right| & (21) \end{aligned}$$

2行目から3行目へは，$|B| \leq 1$だからだ．最後の式の第1項は$\pm\left(A(\hat{\boldsymbol{a}})+A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right)$のどちらかで，第2項は$\pm\left(A(\hat{\boldsymbol{a}})-A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right)$のどちらかだ．両者を加えれば$\pm 2A(\hat{\boldsymbol{a}})$か$\pm 2A(\hat{\boldsymbol{a}'})$になる．いずれにしろ絶対値は2以下だ．結局

$$\left|\left(A(\hat{\boldsymbol{a}})+A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right)B(\hat{\boldsymbol{b}})-\left(A(\hat{\boldsymbol{a}})-A(\hat{\boldsymbol{a}}')\right)B(\hat{\boldsymbol{b}}')\right| \tag{22}$$

$$= A(\hat{\boldsymbol{a}})B(\hat{\boldsymbol{b}})+A(\hat{\boldsymbol{a}}')B(\hat{\boldsymbol{b}})-A(\hat{\boldsymbol{a}})B(\hat{\boldsymbol{b}}')+A(\hat{\boldsymbol{a}}')B(\hat{\boldsymbol{b}}') \leq 2 \tag{23}$$

が導かれる．これをパラメタλの分布について平均したのがベルの不等式である．